
*Gott kümmert sich nicht um unsere mathematischen Schwierigkeiten
Er integriert empirisch
Albert Einstein*

Aufgabe 1: Taylorreihe

Eine ∞ -fach differenzierbare Funktion $f(x)$ lässt sich durch eine Taylorreihe:

$$f(x) = f(a) + (x - a) \left[\frac{d}{dx} f(x) \right]_{x=a} + \frac{(x - a)^2}{2!} \left[\frac{d^2}{dx^2} f(x) \right]_{x=a} + \dots \quad (1)$$

$$\Rightarrow f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x - a)^n}{n!} \left[\frac{d^n}{dx^n} f(x) \right]_{x=a} \quad (2)$$

um $x = a$ entwickeln.

Entwickeln Sie folgenden Funktion bis zur 4. Ordnung um $a = 0$:

- a) $f(x) = \cos(x)$ um $a = 0$
- b) $f(x) = \exp(-x)$ um $a = 0$

Aufgabe 2: Lagrange Multiplikatoren (*Optimierung mit Nebenbedingungen*)

Optimieren Sie die Funktion

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 \quad (3)$$

unter der Nebenbedingung

$$x + y = 3 \quad (4)$$

Aufgabe 3: Spinfreie Roothahn-Hall Gleichung

Die Roothan-Hall-Gleichung in Matrix-Schreibweise lautet:

$$\mathbf{F}\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{S}\bar{\mathbf{C}}\bar{\epsilon} \quad (5)$$

Leiten sie für die linke Seite der Roothan-Hall-Gleichung die spinfreie Fockmatrix $F_{\mu\nu}$ her.